2.1. Rozdzielanie zawiesin. Filtracja

2.1.1. Podstawowe wiadomości o filtracji

Filtracja jest operacją, w której niejednorodna mieszanina cieczy lub gazu i zawieszonych cząstek ciała stałego (surówka filtracyjna) podlega rozdzieleniu przez ośrodek filtrujący przepuszczający płyn, a zatrzymujący cząstki stałe. Cząstki te, osiadając na porowatej przegrodzie (filtrze, sączku), tworzą osad. Przegroda razem z osadem tworzy warstwę filtracyjną, a płyn przepływający przez przegrodę nosi nazwę przesączu lub filtratu.

Przepływ surówki filtracyjnej zachodzi w wyniku oddziaływania pewnej siły napędowej, na przykład siły ciężkości, ciśnienia lub siły odśrodkowej.

Jako przegrody filtracyjne stosuje się luźno usypane warstwy z materiałów ziarnistych, na przykład: żwir, piasek, koks, kamień wapienny, węgiel drzewny, bądź przegrody zwarte jak siatki, tkaniny i płyty ceramiczne. Materiał filtracyjny musi być dostosowany do wielkości ziaren osadu, cech konstrukcyjnych filtru, właściwości chemicznych filtrowanego materiału. Ponadto powinien wykazywać wystarczającą wytrzymałość i trwałość oraz możliwie mały opór własny. Przegroda filtracyjna bardzo często odgrywa zasadniczą rolę tylko w początkowym okresie operacji, potem ważniejsze stają się jakość i grubość osadzonego na niej osadu. Cykl filtracji składa się z następujących etapów: formowanie się osadu na przegrodzie, wstępne podsuszenie osadu, przemywanie, wtórne podsuszenie, usuwanie osadu i oczyszczanie przegrody filtracyjnej.

Najczęściej stosowane filtry można podzielić, ze względu na charakter siły napędowej przepływu przez warstwę filtracyjną, na:

- filtry grawitacyjne – gdzie siłą napędową filtracji jest ciśnienie hydrostatyczne słupa cieczy nad osadem,
- filtry próżniowe – gdzie nad warstwą osadu panuje ciśnienie atmosferyczne, filtrat zaś wpływa do przestrzeni o niższym ciśnieniu,
- filtry ciśnieniowe – gdzie zawiesina wprowadzana jest do filtru pod ciśnieniem wyższym od atmosferycznego.

W zależności od sposobu pracy można wyróżnić filtry pracujące okresowo i w sposób ciągły. Dalsza klasyfikacja bierze pod uwagę rodzaj przegrody filtracyjnej. W tabeli 2.1.1 przedstawiono klasyfikację najczęściej spotykanych w przemyśle filtrów.

Tabela 2.1.1. Zestawienie najczęściej spotykanych w przemyśle filtrów o działaniu ciągłym i okresowym

Filtry o działaniu okresowym	
Filtry próżniowe	Filtry ciśnieniowe
Nucza filtracyjna otwarta Filtry workowe	Filtry piaskowe Nucza filtracyjna zamknięta Prasy filtracyjne Filtry workowe Filtry świecowe
Filtry o działaniu ciągłym	
Filtry bębnowe Filtry tarczowe Filtry karuzelowe Filtry taśmowe	Filtry bębnowe Filtry tarczowe

2.1.2. Filtracja przez warstwy o stałej grubości

Jeżeli filtruje się zawiesiny o małym stężeniu ciała stałego (na przykład proces oczyszczania wody przez filtry piaskowe), wtedy warstwa filtrująca ulega tak nieznacznym zmianom, że grubość jej można przyjąć za stałą. Szybkość filtracji (dla laminarnych przepływów cieczy) określa wtedy ogólne równanie:

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{d_z^2}{200 \cdot \phi^2} \cdot \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \cdot \frac{\Delta P \cdot F}{\eta \cdot L} \tag{2.1.1}$$

gdzie:

- V – objętość przesączu otrzymanego w czasie τ,
- ε – porowatość przegrody filtracyjnej (materiał z osadem),
- ΔP – różnica ciśnień po obu stronach przegrody filtracyjnej,
- F – powierzchnia filtrująca (poprzeczny przekrój filtru),
- ϕ – współczynnik kształtu ziaren (równy stosunkowi powierzchni ziarna do powierzchni kuli o tej samej objętości),
- η – lepkość cieczy filtrującej,
- L – grubość warstwy filtrującej,
- d_z – średnica zastępcza ziaren, którą można obliczyć addytywnie ze średnic frakcji otrzymanych w wyniku analizy sitowej:

$$d_z = d_1x_1 + d_2x_2 + d_3x_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

gdzie: x_1, x_2, x_3 – ułamki wagowe tych frakcji.

Z równania (2.1.1) wynika, że dla danego osadu i rodzaju przegrody filtracyjnej szybkość filtracji jest proporcjonalna do różnicy ciśnień na filtrze ΔP, do powierzchni filtrującej F oraz odwrotnie proporcjonalna do grubości warstwy filtrującej L i do lepkości cieczy η.

Wielkość zawierającą parametry określające tylko właściwości osadu i cieczy nazywamy oporem właściwym filtracji.

$$r = \frac{200 \cdot \phi^2 \cdot (1-\varepsilon)^2 \cdot \eta}{d^2 \cdot \varepsilon^3} \tag{2.1.2}$$

Opór ten można obliczyć, jeśli znane są parametry ε, ϕ, η i d lub określić go doświadczalnie.

Opierając się na powyższym, możemy całkowity opór filtracji (R) zdefiniować następująco:

$$R = r \cdot \frac{L}{F} \tag{2.1.3}$$

Po uwzględnieniu równania (2.1.3) w równaniu (2.1.1) otrzymujemy następującą zależność dla wyrażenia szybkości filtracji:

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{\Delta P}{R} \tag{2.1.4}$$

W przypadku sączenia przez warstwy o stałej grubości (na przykład filtr piaskowy) L i R zachowują stałą wartość.

2.1.3. Filtracja przez warstwy o zmiennej grubości

W przypadku gdy zawiesina zawiera większe ilości ciała stałego, grubość osadu zmienia się w czasie filtracji. Szybkość filtracji określa wówczas równanie:

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{F \cdot \Delta P}{\eta \cdot \left(r_1 + \alpha \cdot \varpi \cdot \frac{V}{F} \right)} \tag{2.1.5}$$

gdzie:

r_1 – współczynnik oporu przegrody filtracyjnej (opór właściwy),

α – współczynnik oporu filtracji przez osad zależny od różnicy ciśnień cieczy filtrowanej na górnej i dolnej powierzchni warstwy osadu oraz od jego właściwości fizycznych (ściśliwości osadu),

ϖ – ciężar ciała stałego w osadzie przypadający na jednostkę objętości przesączu, który definiuje się jako:

$$\varpi = \frac{c \cdot \gamma}{1 - m \cdot c} \tag{2.1.6}$$

gdzie:

c – udział wagowy ciała stałego w cieczy filtrowanej,

γ – ciężar właściwy przesączu,

m – stosunek ciężarów osadu wilgotnego i suchego.

Współczynnik oporu filtracji w przypadku niezbyt cienkich warstw osadu może być określony równaniem:

$$\alpha = a \cdot \Delta P^s \tag{2.1.7}$$

gdzie:

a i s – stała dla danego osadu,

s – miara ściśliwości osadu.

Dla osadu nieściśliwego $s = 0$ (porowatość osadu nie zależy od ciśnienia), dla ściśliwego $0 < s < 1$, przy czym porowatość warstwy osadu rośnie w miarę wzrostu odległości od podstawy warstwy osadu lub inaczej, w miarę odległości od powierzchni przegrody filtrującej.

Jeśli opór przegrody jest niewielki w porównaniu z oporem osadu, a więc $r_1 \approx 0$, wówczas przybliżone równanie na szybkość filtracji ma postać:

$$\frac{dV}{F \cdot d\tau} = \frac{\Delta P^{1-s}}{\eta \cdot a \cdot \varpi \cdot \left(\frac{V}{F} \right)} \tag{2.1.8}$$

Uproszczenie powyższe ($r_1 \approx 0$) jest oczywiście niedopuszczalne dla początkowych momentów filtracji, gdy warstwa osadu ma jeszcze nieznaczną grubość.

Dla osadu nieściśliwego (gdy $s = 0$) szybkość sączenia będzie proporcjonalna do ciśnienia filtracyjnego ΔP. Natomiast dla osadów bardzo ściśliwych ($s \approx 1$) wykładnik przy ΔP będzie równy zeru, a więc szybkość filtracji będzie wtedy (w przybliżeniu) niezależna od stosowanego ciśnienia.

Aparatami, w których zachodzi ten typ filtracji, są na przykład prasy filtracyjne, cedzidła mechaniczne, filtry obrotowe.

2.1.4. Filtracja pod stałym ciśnieniem

W praktyce często jest wykorzystywana filtracja pod stałym ciśnieniem. Wtedy, spełniając warunek ΔP = const., otrzymujemy wartość parametru a z równania (2.1.7), a korzystając z równania (2.1.5) otrzymujemy zależność między objętością przesączu V oraz czasem τ dla filtracji pod stałym ciśnieniem, słuszną dla osadów nieściśliwych.

$$\frac{\tau}{\frac{V}{F}} = \frac{\alpha \cdot \varpi \cdot \eta}{2 \cdot \Delta p} \cdot \left(\frac{V}{F} \right) + \frac{\eta \cdot r_1}{\Delta p} \tag{2.1.9}$$

Korzystając z powyższego równania, możemy określić wartości współczynnika oporu α dla osadu oraz dla tkaniny r_1. Natomiast dla osadów ściśliwych, jeśli filtrację będziemy prowadzić pod różnymi ciśnieniami, otrzymamy kilka wartości α. Pozwoli to na określenie dla danego osadu, korzystając z równania (2.1.7), współczynników a i s.

Równanie (2.1.9) możemy wtedy zapisać w postaci następującej:

$$\frac{\tau}{\frac{V}{F}} = \frac{\alpha \cdot \varpi \cdot \eta}{2 \cdot \Delta P^{1-s}} \cdot \left(\frac{V}{F}\right) + \frac{\eta \cdot r_1}{\Delta P} \tag{2.1.10}$$

Znajomość wartości s, α i r_1 ma znaczenie praktyczne, gdyż pozwala na przewidywanie przebiegu filtracji (zależności między objętością przesączu i czasem) przy innych wartościach ciśnienia, powierzchniach filtracyjnych oraz temperaturach cieczy filtrowanej.

Do konkretnego aparatu filtracyjnego, przy ustalonym ciśnieniu i temperaturze, wartości r_1, α, η i ΔP są stałe, a więc równanie (2.1.10) można przekształcić, mnożąc stronami przez:

$$V \cdot F \cdot \frac{2 \cdot \Delta P}{\alpha \cdot \varpi \cdot \eta}$$

i zapisać w postaci:

$$V^2 + 2 \cdot \left(\frac{r_1 \cdot F}{\alpha \cdot \varpi}\right) \cdot V = \left(\frac{2 \cdot \Delta P \cdot F^2}{\alpha \cdot \varpi \cdot \eta}\right) \cdot \tau \tag{2.1.11}$$

Jeżeli wyrażenia w nawiasach, mające stałe wartości, oznaczymy jako tak zwane stałe filtracji C i K:

$$C = \frac{r_1 \cdot F}{\alpha \cdot \varpi} \tag{2.1.12}$$

$$K = \frac{2 \cdot \Delta P \cdot F^2}{\alpha \cdot \varpi \cdot \eta} \tag{2.1.13}$$

wówczas przebieg filtracji można przedstawić równaniem:

$$V^2 + 2 \cdot V \cdot C = K \cdot \tau \tag{2.1.14}$$

Jest to równanie Rutha, zawierające 2 stałe C i K (wyznaczane doświadczalnie). Równanie Rutha można też przedstawić w następującej postaci:

$$(V + C)^2 = K \cdot (\tau + \tau_0) \tag{2.1.15}$$

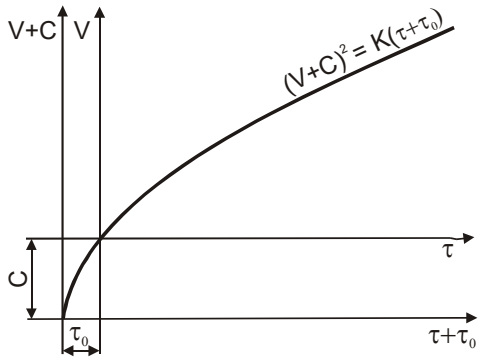
gdzie:

$$\tau_0 = \frac{C^2}{K}$$

Powyższe równanie, drugiego stopnia względem V, wskazuje na paraboliczną zależność objętości przesączu (V) od czasu (τ). Przebieg filtracji w układzie osi współrzędnych ($V+C$, $\tau+\tau_0$) przedstawia parabola mająca wierzchołek w początku układu, co ilustruje rysunek 2.1.1.

Różniczkując równanie Rutha (2.1.15) względem czasu, uzyskujemy równanie wyrażające szybkość filtracji w następującej postaci:

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{K}{2 \cdot (V + C)} \tag{2.1.16}$$



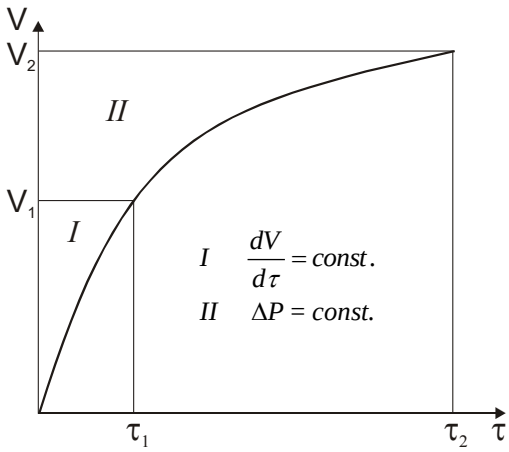
Rysunek 2.1.1. Przebieg filtracji pod stałym ciśnieniem

Różniczkując równanie Rutha (2.1.15) względem czasu, uzyskujemy równanie wyrażające szybkość filtracji w następującej postaci:

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{K}{2 \cdot (V + C)} \tag{2.1.16}$$

Paraboliczny przebieg krzywej filtracji (rysunek 2.1.1) wskazuje na dużą szybkość filtracji na początku tej operacji. Nie zawsze jest to korzystne, gdyż na przykład przy zbyt dużych szybkościach znacznie utrudnione jest tworzenie się pierwszej warstwy na przegrodzie filtracyjnej, a osad, przechodząc przez tkaninę, będzie dawał mętny przesącz. Szkodliwy wpływ dużej początkowej szybkości na przebieg filtracji (wzrost oporu właściwego osadu) będzie tym większy, im osad jest bardziej ściśliwy i bardziej niejednorodny. Często więc stosuje się filtrację dwustopniową.

Operację taką rozpoczyna się przy stałej, umiarkowanej szybkości przepływu (I stopień), zwiększając stopniowo ciśnienie do wartości, jaka ma panować w drugim okresie – przy stałym ciśnieniu (rysunek 2.1.2).



Rysunek 2.1.2. Przebieg filtracji dwustopniowej

2.1.5. Opis ćwiczenia

Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wprowadzenie w podstawowe zagadnienia związane z filtracją oraz wskazanie, jakie parametry i w jaki sposób wpływają na jej przebieg. Ma to istotne znaczenie, ponieważ często pracochłonność tej jednostkowej operacji limituje możliwość wprowadzenia nowej technologii.

Równocześnie ćwiczenie ma na celu praktyczne zapoznanie studentów z metodyką stosowaną przy badaniu przebiegu filtracji, ze sposobem określenia jej szybkości oraz z możliwością przeprowadzenia pewnych przewidywań dotyczących przebiegu filtracji.

Zadania

1. Zbadać przebieg filtracji zawiesiny $Fe(OH)_3$ przy trzech stałych, lecz różniących się ciśnieniach. Zawiesinę $Fe(OH)_3$ sporządzić przez wytrącenie jej wodą amoniakalną z roztworu $NH_4Fe(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$.
2. Wyznaczyć doświadczalnie zależność objętości przesączu od czasu filtracji dla użytej przegrody filtracyjnej.
3. Określić, na drodze graficznego różniczkowania krzywej otrzymanej w punkcie 2, szybkość filtracji na użytej przegrodzie.
4. Wyznaczyć, na podstawie różniczkowej postaci równania Rutha, stałe filtracji *K* i *C*.
5. Przewidzieć objętość przesączu i szybkość filtracji po czasie dwukrotnie dłuższym od czasu przeprowadzonego pomiaru.

Prowadzący zajęcia podaje skład zawiesiny zgodnie z tabelą 2.1.2 oraz ciśnienia w układzie do filtracji (400, 500, 600, 700 lub 800 mbar).

Aparatura

Aparatura do wyznaczania szybkości filtracji pod stałym ciśnieniem składa się z lejka szklanego o pojemności 300 ml, klamry aluminiowej, podstawy filtra (nasadki) ze szlifem, króćcem ssawnym i spiekiem do filtrów o średnicy 47 mm, kolby filtracyjnej, węża próżniowego i pompy (rysunek 2.1.3).

Rysunek 2.1.3. Aparatura do wyznaczania szybkości filtracji

Filtrację w tym zestawie prowadzi się w ten sposób, że powierzchnia zawiesiny w zbiorniku otwartym (lejek szklany) poddana jest działaniu ciśnienia atmosferycznego, natomiast pod przegrodą filtracyjną wytwarza się zmniejszone ciśnienie. Ciśnienie (P_f), pod jakim prowadzona jest filtracja, uwarunkowane jest więc wielkością podciśnienia (P_p) pod przegrodą filtracyjną i ciśnieniem hydrostatycznym (P_h) wywieranym przez słup cieczy na przegrodę. Przez podciśnienie rozumie się różnicę ciśnień między ciśnieniem atmosferycznym (P_a) – mierzonym barometrem w pracowni laboratoryjnej a ciśnieniem bezwzględnym panującym wewnątrz układu filtracyjnego (P_b) – mierzonym manometrem na wlocie do pompy.

$$P_f = P_p + P_h$$

$$P_p = P_a + P_b$$

Wykonanie ćwiczenia

Realizację ćwiczenia należy rozpocząć od przygotowania układu filtracyjnego:

- na kolbę filtracyjną nałożyć nasadkę, przy czym przed jej nałożeniem, szlif kolby należy posmarować sporą ilością smaru silikonowego;
- na spiek znajdujący się w górnej części nasadki nałożyć sączek filtracyjny o średnicy 47 mm, a następnie lejek filtracyjny i całość (nasadkę, sączek i lejek) ścisnąć klamrą.
- następnie ustawić zadaną przez prowadzącego zajęcia wartość ciśnienia bezwzględnego (400, 500, 600, 700 lub 800 mbar);
- włączyć pompę i trzpień od zaworu redukcyjnego znajdującego się na wlocie powietrza do pompy wykręcić maksymalnie w lewą stroną;
- wlot powietrza do pompy zamknąć, zakładając na króciec wlotowy zaślepkę;
- przekręcając trzpień od zaworu redukcyjnego w prawo i obserwując wskazówkę manometru ustawić zadaną wartość ciśnienia;
- wyłączyć pompę i zdjąć zaślepkę z króćca wlotowego.

Króciec wlotowy pompy połączyć za pomocą silikonowego węża próżniowego z króćcem nasadki filtracyjnej.

W zlewce przygotować zawiesinę filtracyjną o składzie zadanym przez prowadzącego zajęcia (tabela 2.1.2). Po rozpuszczeniu naważki soli żelaza w wodzie destylowanej dodać (czynność tą wykonać pod dygestorium) za pomocą pipety roztwór wody amoniakalnej. Całość mieszać bagietką przez minimum 5 minut.

Tabela 2.1.2. Przykładowe składy mieszanin do otrzymania zawiesiny

Lp.	Woda [cm^3]	Sól żelaza* [g]	Odczynnik strącający** [cm^3]	Wytrącony osad*** [g]	P_n [mbar]
1	250	5	4,8	1,10	10
2	250	7,5	7,2	1,65	10
3	250	10	9,6	2,20	10

* $NH_4Fe(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$,
** 25% roztwór NH_4OH,
*** $Fe(OH)_3$,
P_n – Przybliżone ciśnienie hydrostatyczne słupa zawiesiny na przegrodę.

Przeprowadzić proces filtracji:

- przygotowaną w zlewce zawiesinę przelać do lejka filtracyjnego (przed przelaniem mocno zamieszać bagietką, aby nie pozostał na dnie zlewki osad);
- po przelaniu zawiesiny do lejka natychmiast uruchomić pompę i włączyć stoper;
- po upływie 3 minut przerwać proces filtracji wyłączając pompę, odczekać 20 s, a następnie spod nasadki filtracyjnej wyjąć kolbę chwytając jedną ręką za nasadkę a drugą za kolbę (czynność tą należy wykonać w taki sposób, aby nie wylać zawiesiny z lejka i nie rozszczelnić połączenia pomiędzy lejkiem a nasadką – lejek z nasadką można odstawić na statyw laboratoryjny lub trzymać w ręce);
- znajdujący się w kolbie filtrat przelać do zlewki, a następnie do cylindra celem pomiaru objętości;
- na opróżnionej kolbie filtracyjnej zamontować ponownie nasadkę z lejkiem oraz zawiesiną (w razie konieczności ponownie nasmarować smarem silikonowym szlif kolby) i kontynuować proces filtracji włączając pompę i stoper (czynność związane z wyjęciem kolby i przelaniem filtratu należy wykonać możliwie jak najszybciej, aby przerwa w procesie filtracji była jak najkrótsza);
- proces filtracji należy prowadzić przez 35 minut, mierząc objętość filtratu początkowo co 3 minuty do 15, a następnie co 5 minut do 35;
- po zakończeniu procesu filtracji wyłączyć pompę, rozmontować układ filtracyjny, wylać pozostałości zawiesiny oraz filtrat do zlewu, zużyty sączek wyrzucić do kosza na śmieci, użyte naczynia szklane umyć.

Dane z przebiegu filtracji zamieścić w tabelce według wzoru tabeli 2.1.3.

Opracowanie wyników doświadczeń

Opracowanie wyników każdego pomiaru należy przeprowadzić w kolejności podanej w zadaniu, wpisując równocześnie znalezione wartości w tabeli według załączonego wzoru (tabela 2.1.3).

Tabela 2.1.3. Wyniki filtracji pod stałym ciśnieniem

Przedział czasowy filtracji [min]	Objętość filtratu dla danego przedziału czasowego [cm^3]	Czas filtracji τ [min]	Objętość filtratu po danym czasie filtracji V [cm^3]	Szybkość filtracji $\frac{dV}{d\tau}$ [cm^3/min]	$\frac{d\tau}{dV}$ [min/cm^3]
0-3	60	3	60	z różniczkowania graficznego	$\frac{1}{\frac{dV}{d\tau}}$
3-6	40	6	100		
6-9	30	9	130		
etc.	etc.	etc.	etc.		

1. W pierwszym etapie na podstawie zmierzonych objętości filtratu dla poszczególnych przedziałów czasowych należy obliczyć objętość filtratu po danym czasie filtracji (przykład w tabeli 2.1.3), a następnie sporządzić wykres zależności $V = f(\tau)$ w układzie

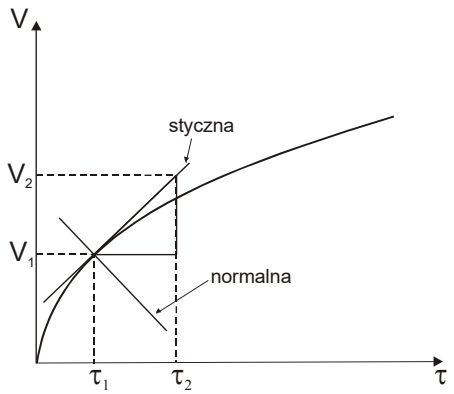
współrzędnych $V - \tau$ [cm^3, min]. W przypadku rozrzutu wyników eksperymentalnych krzywą należy interpolować między punktami.

2. Następnie, dla poszczególnych czasów filtracji określić jej szybkość, to jest znaleźć wartość pochodnej $dV/d\tau$ wykreślonej funkcji (sposób postępowania nie zależy od tego, czy wykreślana funkcja spełnia założenia teoretyczne filtracji). Przy jednakowej długości jednostek osi V i τ równoznaczne jest to ze znalezieniem tangensa kąta nachylenia stycznej do krzywej w danym punkcie. W przypadku różnej długości jednostek osi V i τ należy, opierając się na stycznej, zbudować trójkąt prostokątny (przyprostokątne odpowiednio równolegle do osi V i τ), a następnie określić wartość pochodnej w zależności:

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{V_2 - V_1}{\tau_2 - \tau_1}$$

gdzie: $V_2 - V_1$ – ilość jednostek osi V przypadająca na wysokość trójkąta [cm^3],
$\tau_2 - \tau_1$ – ilość jednostek osi τ przypadająca na podstawę trójkąta [min].

W praktyce przeprowadza się to w ten sposób, że najpierw przez rozpatrywany punkt krzywej wykreśla się normalną (rysunek 2.1.4). W tym celu tuż przy punkcie, prostopadle do krzywej, ustawia się lusterko, a następnie obserwując w nim



Rysunek 2.1.4. Metodyka wyznaczenia pochodnej

zwierciadlane odbicie części krzywej zmienia się kąt jego ustawienia, aż do zaobserwowania, że krzywa na wykresie i jej zwierciadlane odbicie nie tworzą załamania. W tym położeniu, kreśląc prostą wzdłuż lusterka, wykreśla się normalną. Otrzymuje się styczną do krzywej, przeprowadzając przez rozpatrywany punkt prostopadłą do normalnej. Buduje się trójkąt prostokątny, wykorzystując część stycznej jako przeciwprostokątną. Wygodnie jest przy tym budować trójkąt w ten sposób, że początkowo bierze się jego podstawę o długości 10 jednostek osi τ w prawo od punktu stycznej, a następnie wysokość do przecięcia ze styczną. Wówczas po znalezieniu $V_2 - V_1$, łatwo wylicza się pochodną:

$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{V_2 - V_1}{10} \qquad [\text{cm}^3/\text{min}]$$

Znalezione w ten sposób szybkości filtracji liczone są na całą przegrodę filtracyjną, w cm^3/min.

3. Wyznaczanie stałych szybkości filtracji *K* i *C* opiera się na wykorzystaniu zróżniczkowanego równania Rutha:

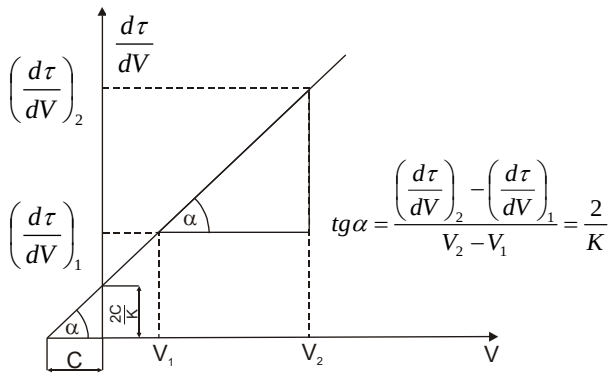
$$\frac{dV}{d\tau} = \frac{K}{2\cdot(V+C)}$$

Jak łatwo stwierdzić, odwrotność szybkości filtracji jako funkcji objętości przesączu jest równaniem kierunkowym prostej:

$$\frac{d\tau}{dV} = \frac{2\cdot V}{K} + \frac{2\cdot C}{K}$$

o współczynniku kątowym równym $2/K$ równym tangensowi kąta nachylenia prostej oraz rzędnej początkowej przy $V = 0$ równej $2\cdot C/K$.

Z rozpatrzenia zależności trygonometrycznej (rysunek 2.1.5) między $2/K$ i $2\cdot C/K$ wynika, że *C* jest równe bezwzględnej wartości odciętej na ujemnym zwrocie osi *V* w prze cięciu z wykreśloną prostą. W ten sposób obie stałe *K* i *C* są wyznaczane na drodze graficznej.



Rysunek 2.1.5. Sposób wyznaczenia stałych szybkości filtracji *K* i C

Przystępując do wyznaczania stałych szybkości filtracji, należy najpierw obliczyć dla poszczególnych punktów odwrotność szybkości filtracji:

$$\frac{d\tau}{dV} = \frac{1}{\frac{dV}{d\tau}}$$

Następnie sporządzić wykres odwrotności szybkości filtracji od objętości w układzie współrzędnych $d\tau/dV$, V [min/cm^3, cm^3]. Jeżeli przez otrzymane punkty daje się przeprowadzić prostą, świadczy to, że spełnione są warunki stosowalności równania Rutha i wyznaczone stałe *K* i *C* mogą służyć do przewidywań.

4. Przewidywanie objętości przesączu przeprowadza się na podstawie równania Rutha ($V^2 + 2\cdot V\cdot C = K\cdot\tau$), mając wcześniej wyznaczone stałe *K* i *C*, a następnie szybkość filtracji ze zróżniczkowanego równania ($\Delta V/\Delta\tau = K/2\cdot(V+C)$). Równanie Rutha

($V^2 + 2 \cdot V \cdot C = K \cdot \tau$) jest równaniem kwadratowym, a więc należy obliczyć Δ, gdy $\Delta > 0$ to są dwa rozwiązania: x_1 i x_2, przy czym objętość nie może być liczbą ujemną.

Literatura

1. Molenda J., *Technologia chemiczna*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1997.
2. Kozak D., *Wybrane operacje jednostkowe i aparaty przemysłu chemicznego*, Wydawnictwo Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej, Lublin 1986.
3. Warych J., *Aparaty i urządzenia przemysłu chemicznego i przetwórczego*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1996.
4. Żużikow W., *Filtracja. Teoria i praktyka rozdzielania zawiesin*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1985.